

基于极值搜索的四旋翼无人机姿态跟踪控制

郭大力¹, 赵中原¹, 罗子娟²

(1. 南京信息工程大学自动化学院, 江苏 南京 210044;
2. 中国电子科技集团公司第二十八研究所, 江苏 南京 210007)

摘要: 针对具有不确定性四旋翼无人机姿态跟踪问题, 提出了基于极值搜索的鲁棒控制方法。首先, 建立四旋翼无人机非线性姿态模型, 并考虑模型参数的不确定性, 设计鲁棒控制器来确保跟踪误差动态的有界性。然后, 将鲁棒控制器与无模型学习算法结合, 设计基于学习的控制器, 从而自动迭代地调整鲁棒控制器的反馈增益, 并在线优化期望性能成本函数。最后, 通过MATLAB进行数值仿真, 所述控制方法的系统稳态跟踪误差相较于经典鲁棒控制方法降低了0.246, 证明了所述方法鲁棒性和优越性。

关键词: 四旋翼无人机; 姿态跟踪; 极值搜索; 反馈增益整定

中图分类号: TP273

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-6652.202337

Attitude tracking control for quadrotor UAVs based on extremum seeking

GUO Dali¹, ZHAO Zhongyuan¹, LUO Zijuan²

1. College of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China
2. The 28th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210007, China

Abstract: A robust control method based on extremum seeking is proposed for the attitude tracking problem of quadrotor UAV with uncertainty. Firstly, a nonlinear attitude model of a four rotor UAV was established, and considering the uncertainty of model parameters, a robust controller was designed to ensure the dynamic boundedness of tracking errors. Secondly, a learning-based controller was designed by combining a robust controller with a model-free learning algorithm, which automatically and iteratively adjusted the feedback gain of the robust controller and optimized the expected performance cost function online. Finally, numerical simulations were performed using MATLAB, which demonstrated a reduction of 0.246 in the steady-state tracking error of the proposed control method compared to the classical robust control method. This result confirms the robustness and superiority of the proposed method.

Key words: quadrotor UAV, attitude tracking, extremum seeking, feedback gain tuning

0 引言

四旋翼无人机已经在民用和军事领域中被广泛应用, 替代或协助人类完成各种空中作业, 如灾后地质勘查、边防、水上救援、灯光表演等。四旋翼

无人机是一种典型的非线性、欠驱动、强耦合系统, 在实际飞行过程中易受到外界未知因素的干扰, 并且难以建立其精确的动力学模型^[1]。目前, 国内外无人机飞行控制的方法有很多, 如经典PID控制^[2]、反步法^[3]、滑模控制^[4]和自适应控制^[5]等,

收稿日期: 2023-04-04; 修回日期: 2023-07-05

基金项目: 江苏省自然科学基金项目 (No.BK20200824); 南京信息工程大学人才启动经费项目 (No.2019r082)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of Jiangsu Province (No.BK20200824), The Startup Foundation for Introducing Talent of NUIST(No.2019r082)

但上述方法大多需要被控对象具有精确的模型，因此基于这些方法的控制系统存在一定的局限性。

极值搜索（extremum seeking, ES）是一种无模型的实时在线自适应优化控制方法，其不依赖于被控对象输入输出映射关系的先验知识即可达到搜索极值的目的^[6]，因此在各种工业应用中引起了极大的兴趣^[7-9]，如太阳能光伏发电系统的最大功率点跟踪^[7]、防抱死制动系统中最大化纵向制动力跟踪^[8]、蒸汽压缩系统功耗优化^[9]。ES 同样被应用于解决四旋翼无人机控制问题^[10-11]。文献[10]为提高四旋翼无人机抗干扰能力，提出了将自抗扰控制与ES结合的控制方法，通过ES来解决自抗扰控制整定参数多且不能自整定的问题，但仅进行单变量参数的在线整定，缺乏严谨的全局系统稳定性证明。文献[11]采用ES整定无人机模型PID参数，但仅说明了单变量扰动ES的原理，缺少系统稳定性证明。基于上述问题，提出了基于学习的自适应控制方法，它同时基于模型和无模型技术来设计灵活且迅速稳定的自适应控制器，不仅具有基于模型部分所保障的稳定性，还能够比无模型自适应控制更快地收敛到最优性能^[12]。文献[13]将ES与经典鲁棒控制方法相结合的控制方法应用于电磁执行器软着陆，取得了良好的效果，但该模型较为简单，且ES采用静态搜索幅值，在参数优化时，成本函数下降缓慢。

针对上述问题，本文提出了动态搜索幅值的多变量极值搜索（multivariable extremum seeking, MES）与经典自适应方法相结合的控制策略。首先设计四旋翼无人机姿态跟踪鲁棒控制器，保证系统的稳定性，并设计Lyapunov函数进行了稳定性分析；然后针对控制器中反馈增益整定设计了动态扰动极值搜索算法，对跟踪性能进行在线优化；最后，采用MATLAB进行了数值仿真对比，验证了所提出的控制方法的有效性。

1 四旋翼无人机姿态动力学模型

四旋翼无人机的示意图如图1所示，图中 $f_i (i=1, \dots, 4)$ 为4个旋翼各自产生的升力；惯性坐标 E 系 (E, X_E, Y_E, Z_E) 原点固定在地面上， Z_E 轴指向天空； B 系 (B, X_B, Y_B, Z_B) 为机体坐标系，原点为无人机质心；四旋翼无人机有6个自由度： $\zeta(t)=[x(t), y(t), z(t)]^T$ 和欧拉角 $\eta(t)=[\phi(t), \theta(t), \psi(t)]^T$ ，分别表示 E 系的位置坐标和姿态，本文选择旋转 X_B

轴产生的角度为滚转角 ϕ ，旋转 Y_B 轴产生的角度为俯仰角 θ ，旋转 Z_B 轴产生的角度为偏航角 ψ 。

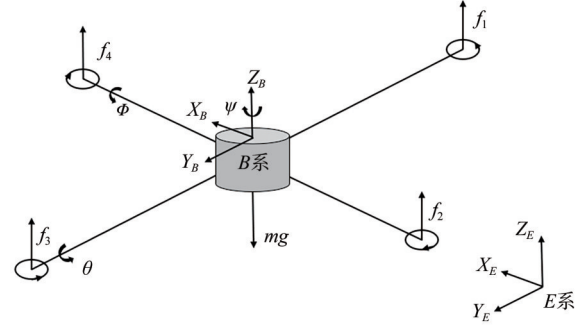


图1 四旋翼无人机

假设四旋翼无人机为刚体且机体结构对称，忽略叶片拍打和陀螺效应，可得四旋翼无人机姿态动力学模型^[14]：

$$\begin{cases} J_1 \phi'' = -K_1 l \phi' + l \tau_1 + d_1(t) \\ J_2 \theta'' = -K_2 l \theta' + l \tau_2 + d_2(t) \\ J_3 \psi'' = -K_3 \psi' + c \tau_3 + d_3(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $J_i \in \mathbf{R}^+(i=1,2,3)$ 为转动惯量， $K_i \in \mathbf{R}^+(i=1,2,3)$ 为阻力系数， $c \in \mathbf{R}^+$ 为力和力矩比例系数， $l \in \mathbf{R}^+$ 为无人机机体中心到旋翼轴心的距离， $d_i(t) \in \mathbf{R}(i=1,2,3)$ 为未知的外部扰动， u_i 为总升力， τ_1, τ_2, τ_3 分别为滚转力、俯仰力、偏航力，与旋翼4个升力的关系如下：

$$\begin{cases} u_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\ \tau_1 = -f_1 - f_2 + f_3 + f_4 \\ \tau_2 = -f_1 + f_2 + f_3 - f_4 \\ \tau_3 = -f_1 + f_2 - f_3 + f_4 \end{cases} \quad (2)$$

$$f_i = K_4 \omega_i, \quad i=1,2,3,4 \quad (3)$$

其中， K_4 为旋翼升力系数， ω_i 为各旋翼转速。

为了简化四旋翼无人机姿态动力学模型的表达式，将式（1）重新整理如下：

$$J \eta'' = -K_\eta \eta' + \tau + d(t) \quad (4)$$

其中： $J = \text{diag}\{J_1/l, J_2/l, J_3/c\}$ ， $K_\eta = \text{diag}\{K_1, K_2, K_3/c\}$ ， $\eta' = [\phi', \theta', \psi']^T$ ， $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ ， $d(t) = [d_1(t)/l, d_2(t)/l, d_3(t)/c]^T$ 。

2 基于学习的控制器设计

2.1 鲁棒控制器设计

考虑式（4）的不确定情形，整理得：

$$J \eta'' = -(K_\eta + \delta K_\eta) \eta' + \tau + d(t) \quad (5)$$

其中, 阻尼的不确定性 $\delta K_\eta = \text{diag}\{\delta\eta_1, \delta\eta_2, \delta\eta_3\}$, $\delta\eta_1 \leq \delta\eta_{1\max}$, $\delta\eta_2 \leq \delta\eta_{2\max}$, $\delta\eta_3 \leq \delta\eta_{3\max}$, 扰动满足 $\|d(t)\| \leq d_{\max}$, $\forall t$, 且满足以下假设。

假设1 式(5)在每个点 η 上有明确的相对阶 $\{r_1, r_2, r_3\}$, 且该系统可线性化, 在本文中对应相对阶向量 $r = [2, 2, 2]^T$ 。

标称条件下, 即 $\delta K_\eta = 0$, $d(t) = 0$, 式(5)的镇定输出反馈为:

$$\tau_{\text{nom}} = Jv_s + K_\eta \eta' \quad (6)$$

$$v_s = y_d'' - K_p(y' - y_d') - K_s(y - y_d) \quad (7)$$

其中, 反馈增益 $K_p = \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}\} > 0$, 反馈增益 $K_s = \text{diag}\{k_{s1}, k_{s2}, k_{s3}\} > 0$, y 表示实际的姿态输出轨迹, $y_d = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$ 表示期望的输出轨迹。

设跟踪误差向量 $e(t) = y(t) - y_d(t)$, 则得到的跟踪误差动态:

$$e'' + K_p e' + K_s e = 0 \quad (8)$$

通过整定增益 K_p , K_s , 式(8)中的多项式为赫尔维茨的。因此, 跟踪误差 e 渐近收敛至零。

假设2 假设存在增益 k_{pi} , k_{si} ($i=1, 2, 3$) 的一个非空集合 K , 使得多项式(8)是赫尔维茨的。

考虑式(5)中 $\delta K_\eta \neq 0$, $d(t) \neq 0$, 由于加性误差向量的存在, 误差的全局渐近稳定性将不再得到保障。因此使用李雅普诺夫重构技术来建立控制器^[15], 以确保跟踪误差的适用稳定性, 该控制器为:

$$\tau = Jv_s + K\eta' - \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T kJ^{-1} (\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \quad (9)$$

其中, $k > 0$, $\delta\eta_{\max} = \text{Max}(\delta\eta_{1\max}, \delta\eta_{2\max}, \delta\eta_{3\max})$, $V = z^T Pz$, $P > 0$ 满足 $PA + A^T P = -I$, A 为如下定义:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{s1} & -k_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{s2} & -k_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{s3} & -k_{p3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

且 $z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6)^T = (\phi - \phi_d, \phi' - \phi_d', \theta - \theta_d, \theta' - \theta_d', \psi - \psi_d, \psi' - \psi_d')^T$ 。

定理1 考虑式(5), 在假设1, 2下, 式(9)可以使系统跟踪误差向量 z 一致有界, 且到达正不

$$\text{变集 } S = \left\{ 1 - k \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \geq 0 \right\}.$$

证明 对于式(5), 在假设1, 2下, 当标称情况时, 式(6)能够全局渐进地镇定动态误差式(8), 因此存在李雅普诺夫函数 $V = z^T Pz$, 使得在式(6)给出的标称控制律 τ_{nom} 下, V 沿着标称系统的时间导数满足 $V'|_{\delta K_\eta=0, d_\eta(t)=0} \leq -\|z\|^2$ 。

按不确定模型式(5)计算 V 的时间导数, 考虑增广控制律 $\tau = \tau_{\text{nom}} + \tau_{\text{robust}}$, 可得:

$$V'|_{\delta K_\eta \neq 0, d_\eta(t) \neq 0} \leq -\|z\|^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T (J\tau_{\text{robust}} + \delta K_\eta + d_\eta(t)) \quad (11)$$

定义鲁棒控制律 τ_{robust} 为:

$$\tau_{\text{robust}} = - \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T kJ^{-1} (\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}), k > 0 \quad (12)$$

由式(11)和式(12)可得:

$$\begin{aligned} V'|_{\delta K_\eta \neq 0, d_\eta(t) \neq 0} &\leq -\|z\|^2 - \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\|^2 \\ &\quad k(\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \\ &\quad + \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T (\delta K_\eta + d_\eta(t)) \\ &\leq -\|z\|^2 - \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\|^2 \\ &\quad k(\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \\ &\quad + \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \\ &\quad (\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \\ &\leq \left(1 - k \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \right) \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \\ &\quad (\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \quad (13) \end{aligned}$$

当 $1 - k \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| < 0$ 时, V 单调下降,

直至误差向量进入正不变集: $S = \left\{ 1 - k \left\| \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \geq 0 \right\}$ 。

定理1证明完毕。

2.2 反馈增益的迭代自动调整

本节设计了鲁棒控制器(式(9)),在给定的反馈增益下,有界跟踪误差会被吸引至不变集 S 。接下来,为了迭代地自动调整式(9)中的反馈增益,定义一个期望成本函数,并使用MES算法迭代地自动调整增益,实现性能成本函数的最小化。首先将需最小化的成本函数记为 $Q(z(\beta))$,其中 β 为:

$$\beta = (\delta k_{s1}, \delta k_{p1}, \delta k_{s2}, \delta k_{p2}, \delta k_{s3}, \delta k_{p3}, \delta k)^T \quad (14)$$

假设3 成本函数 Q 在 β^* 上(至少)有局部最小值。

假设4 初始增益向量 β 足够接近最佳增益向量 β^* 。

假设5 成本函数是解析的,其关于增益的变化量在 β 的邻域内有界,即: $\left| \frac{\partial Q}{\partial \beta}(\tilde{\beta}) \right| \leq \Theta_2, \Theta_2 > 0, \tilde{\beta} \in V(\beta^*)$,其中 $V(\beta^*)$ 表示 β^* 的紧凑邻域。

更新的反馈增益为:

$$k_{si} = k_{si-nom} + \delta k_{si}, i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

$$k_{pi} = k_{pi-nom} + \delta k_{pi}, i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

$$k = k_{nom} + \delta k, k_{nom} > 0 \quad (17)$$

其中, k_{si-nom} 、 k_{pi-nom} ($i = 1, 2, 3$) 是满足假设2的反馈增益的标称初始值。

遵循MES理论,增益的调整通过如下算法进行^[16]:

$$x'_{k_{si}} = a_{k_{si}} \sin(\omega_{k_{si}} t - \frac{\pi}{2}) Q(z(\beta)) \quad (18)$$

$$\hat{k}_{si}(t) = x_{k_{si}}(t) + a_{k_{si}} \sin(\omega_{k_{si}} t + \frac{\pi}{2}), i = 1, 2, 3 \quad (19)$$

$$x'_{k_{pi}} = a_{k_{pi}} \sin(\omega_{k_{pi}} t - \frac{\pi}{2}) Q(z(\beta)) \quad (20)$$

$$\hat{k}_{pi}(t) = x_{k_{pi}}(t) + a_{k_{pi}} \sin(\omega_{k_{pi}} t + \frac{\pi}{2}), i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

$$x'_k = a_k \sin(\omega_k t - \frac{\pi}{2}) Q(z(\beta)) \quad (22)$$

$$\hat{k}(t) = x_k(t) + a_k \sin(\omega_k t + \frac{\pi}{2}) \quad (23)$$

其中, $a_{k_{si}}$ 、 $a_{k_{pi}}$ ($i = 1, 2, 3$) 和 a_k 为搜索幅值, $\omega_{k_{si}}$ 、 $\omega_{k_{pi}}$ ($i = 1, 2, 3$) 和 ω_k 为反馈增益的学习频率。

在假设3~5下,给出基于学习的控制器:

$$\tau = Jv_s + K\eta' + \left(\frac{\partial V}{\partial \phi'}, \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{\partial V}{\partial \psi'} \right)^T$$

$$k(t)J^{-1}(\delta\eta_{\max}\sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \quad (24)$$

$$v_s = y_d'' - K_p(t)(y' - y_d') - K_s(t)(y - y_d) \quad (25)$$

其中,状态根据重置律 $\eta(I) = \eta_0$ ($I \in \{1, 2, \dots\}$) 进行重置,期望轨迹根据 $y_d(t) = y_d(t - (I-1)t_f), ((I-1)t_f \leq t \leq It_f, I \in \{1, 2, \dots\})$ 进行重置。且 $k_{si}(t)$, $k_{pi}(t)$, $k(t) \in K$ ($i = 1, 2, 3$) 为在每次迭代 I ($I \in \{1, 2, \dots\}$) 时切换的分段连续增益,其遵循如下更新律:

$$k_{si}(t) = k_{si-nom} + \delta k_{si}(t), i = 1, 2, 3 \quad (26)$$

$$\delta k_{si}(t) = \hat{k}_{si}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

$$k_{pi} = k_{pi-nom} + \delta k_{pi}(t), i = 1, 2, 3 \quad (28)$$

$$\delta k_{pi}(t) = \hat{k}_{pi}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

$$k = k_{nom} + \delta k(t), k_{nom} > 0 \quad (30)$$

$$\delta k(t) = \hat{k}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

其中, $\hat{k}_{si}$, $\hat{k}_{pi}$, $\hat{k}$ 由式(19)、式(21)和式(23)给出。

定理2 考虑式(4),在假设1~5下,反馈控制器(式(24))和反馈增益更新律(式(26)~式(31))使系统跟踪误差向量 z 一致有界,增益向量 β 渐近收敛至最佳增益向量 β^* 。

证明 首先证明闭环脉冲动态系统的适定性。式(5)和式(15)~(31)可以被看作一个具有平凡重置律 $\Delta\eta(t) = \eta_0$ ($t = It_f, I \in \{1, 2, \dots\}$) 的脉冲动态系统,重置时间由 $It_f, I \in \{1, 2, \dots\}$ 明确给出。此外,系统在任何初始条件 η_0 下在前向时间内具有唯一解。最后, $t_f \neq 0$ 这一事实在有限时间间隔内排除了Zeno行为。

考虑式(4)具有初始条件 η_0 ,在假设2下,对给定的时间间隔 $(I-1)t_f \leq t \leq It_f$ 和任意给定的 $I \in \{1, 2, \dots\}$ 设计反馈控制器(式(24)~式(31))。根据定理1,存在一个李雅普诺夫函数 $V_I = z^T P_I z$,使得:

$$V_I' \leq \left(1 - k_I \left\| \left(\frac{\partial V_I}{\partial \phi'}, \frac{\partial V_I}{\partial \theta'}, \frac{\partial V_I}{\partial \psi'} \right)^T \right\| \right) \left\| \left(\frac{\partial V_I}{\partial \phi'}, \frac{\partial V_I}{\partial \theta'}, \frac{\partial V_I}{\partial \psi'} \right)^T \right\|$$

$$(\delta\eta_{\max} \sqrt{(\phi')^2 + (\theta')^2 + (\psi')^2} + d_{\max}) \quad (32)$$

其中 $\mathbf{P}_I$ 是李雅普诺夫方程 $\mathbf{P}_I \mathbf{A}_I + \mathbf{A}_I^T \mathbf{P}_I = -\mathbf{I}$ 的解, $\mathbf{A}_I$ 为式 (10) 的迭代形式, 迭代的增益如下:

$$k_{si} = k_{si-\text{nom}} + \delta k_{si}(t), i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

$$\delta k_{si}(t) = \delta \hat{k}_{si}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (34)$$

$$k_{pi} = k_{pi-\text{nom}} + \delta k_{pi}(t), i = 1, 2, 3 \quad (35)$$

$$\delta k_{pi}(t) = \delta \hat{k}_{pi}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (36)$$

$$k = k_{\text{nom}} + \delta k(t), k_{\text{nom}} > 0 \quad (37)$$

$$\delta k(t) = \delta \hat{k}((I-1)t_f), (I-1)t_f \leq t \leq It_f, I = 1, 2, 3, \dots \quad (38)$$

这表明对于所有迭代 I , $\mathbf{z}$ 从 $\mathbf{z}_0$ 开始趋向不变集 $\mathbf{S}_I, \forall t \in [(I-1)t_f, It_f]$ 。此外, 因为在每个切换点即每次新迭代 I , 从相同的初始条件 $\mathbf{z}_0$ 重置系统, 因此可以得出跟踪误差的一致有界性。

基于假设 3~5, ES 非线性动态 (式 (18) ~ 式 (23)) 可以通过一个线性平均动态来近似。此外, $\exists \Theta_1, \omega^*$ 使得对所有的 $\omega_0 = (\text{Max}(\omega_{k_{si}}, \omega_{k_{pi}}, \omega_k) > \omega^*, i = 1, 2, 3)$ 平均模型 $\boldsymbol{\beta}_{\text{aver}}(t)$ 的解局部接近原始 ES 动态的解^[17], 并满足:

$$\|\boldsymbol{\beta}(t) - \mathbf{d}_{\text{vec}}(t) - \boldsymbol{\beta}_{\text{aver}}(t)\| \leq \frac{\Theta_1}{\omega_0}, \Theta_1 > 0, \forall t \geq 0 \quad (39)$$

其中, $\mathbf{d}_{\text{vec}}(t) = \left[a_{k_{si}} \sin(\omega_{k_{si}} t - \frac{\pi}{2}), a_{k_{pi}} \sin(\omega_{k_{pi}} t - \frac{\pi}{2}), a_k \sin(\omega_k t - \frac{\pi}{2}) \right]^T, i = 1, 2, 3$ 。此外, $\boldsymbol{\beta}_{\text{aver}}(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\beta}_{\text{aver}}(t) = \boldsymbol{\beta}^*$ 。

由式 (39) 可得:

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\beta}(t) - \boldsymbol{\beta}^*\| - \|\mathbf{d}_{\text{vec}}(t)\| &\leq \|\boldsymbol{\beta}(t) - \mathbf{d}_{\text{vec}}(t) - \boldsymbol{\beta}^*\| \leq \\ &\frac{\Theta_1}{\omega_0}, \Theta_1 > 0, t \rightarrow \infty \\ \Rightarrow \|\boldsymbol{\beta}(t) - \boldsymbol{\beta}^*\| &\leq \frac{\Theta_1}{\omega_0} + \|\mathbf{d}_{\text{vec}}(t)\|, t \rightarrow \infty \\ \Rightarrow \|\boldsymbol{\beta}(t) - \boldsymbol{\beta}^*\| &\leq \frac{\Theta_1}{\omega_0} + \\ &\sqrt{\sum_{i=1,2,3} a_{k_{si}}^2 + a_{k_{pi}}^2 + a_k^2}, \Theta_1 > 0, t \rightarrow \infty \\ \Rightarrow \|\boldsymbol{\beta}(It_f) - \boldsymbol{\beta}^*\| &\leq \frac{\Theta_1}{\omega_0} + \\ &\sqrt{\sum_{i=1,2,3} a_{k_{si}}^2 + a_{k_{pi}}^2 + a_k^2}, \Theta_1 > 0, I \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (40)$$

基于假设 5, 成本函数满足局部 Lipschitz 条

件, 其中 Lipschitz 常数 $\max_{\boldsymbol{\beta} \in V(\boldsymbol{\beta}^*)} \left\| \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right\| = \Theta_2$, 即:

$$|Q(\boldsymbol{\beta}_1) - Q(\boldsymbol{\beta}_2)| \leq \Theta_2 \|\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{\beta}_2\|, \forall \boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2 \in V(\boldsymbol{\beta}^*) \quad (41)$$

根据式 (41) 得到:

$$|Q(\boldsymbol{\beta}(It_f)) - Q(\boldsymbol{\beta}^*)| \leq \Theta_2 \left(\frac{\Theta_1}{\omega_0} + \sqrt{\sum_{i=1,2,3} a_{k_{si}}^2 + a_{k_{pi}}^2 + a_k^2} \right), \Theta_1 > 0, \Theta_2 > 0, I \rightarrow \infty \quad (42)$$

定理 2 证明完毕。

3 仿真实验及结果分析

本文采用表 1 汇总的四旋翼无人机系统参数对新提出的方法进行了数值仿真, 输出期望轨迹 $\boldsymbol{\eta}_d$ 设置为正弦信号 $\sin t$, 假设参数不确定性 $\delta\eta_{\max} = 1$, 且加性扰动 $\mathbf{d}(t)$ 有界并满足 $\mathbf{d}_{\max} = 0.5$ 。由于最终控制目标是姿态输出轨迹跟踪, 因此选择如下跟踪成本函数:

$$Q(\mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})) = \int_{(I-1)t_f}^{It_f} \bar{\mathbf{z}}^T(t) \mathbf{C}_1 \bar{\mathbf{z}}(t) dt + \int_{(I-1)t_f}^{It_f} \dot{\bar{\mathbf{z}}}^T(t) \mathbf{C}_2 \dot{\bar{\mathbf{z}}}(t) dt \quad (43)$$

其中, $\bar{\mathbf{z}} = (z_1, z_3, z_5)^T$, $\mathbf{C}_1 = \text{diag}(50, 10, 20)$, $\mathbf{C}_2 = \text{diag}(10, 5, 10)$, 学习频率 $\omega_{k_{s1}} = 7.5 \text{ rad/s}$, $\omega_{k_{p1}} = 5.3 \text{ rad/s}$, $\omega_{k_{s2}} = 10 \text{ rad/s}$, $\omega_{k_{p2}} = 5.1 \text{ rad/s}$, $\omega_{k_{s3}} = 5.7 \text{ rad/s}$, $\omega_{k_{p3}} = 5.4 \text{ rad/s}$, $\omega_k = 20 \text{ rad/s}$ 。

在本次仿真中, 采用动态搜索幅值:

$$a_{k_{s1}} = a_{k_{s2}} = a_{k_{s3}} = 0.0075 Q(\mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})) \quad (44)$$

$$a_{k_{p1}} = a_{k_{p2}} = a_{k_{p3}} = 0.0025 Q(\mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})) \quad (45)$$

$$a_k = 0.01 Q(\mathbf{z}(\boldsymbol{\beta})) \quad (46)$$

增益标称值:

$$k_{s1-\text{nom}} = 10, k_{p1-\text{nom}} = 5, k_{s2-\text{nom}} = 10, k_{p2-\text{nom}} = 5, k_{s3-\text{nom}} = 10, k_{p3-\text{nom}} = 5, k_{\text{nom}} = 0.1。$$

对设计的鲁棒控制器中反馈增益参数取不同值对无人机姿态进行跟踪控制, 与采用 ES 算法整定

表 1 无人机模型参数数值

参数	数值	参数	数值
J_1	$0.047 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	l	0.245 m
J_2	$0.047 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	K_1	0.01 Ns/m
J_3	$0.102 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	K_2	0.01 Ns/m
c	0.0083	K_3	0.01 Ns/m

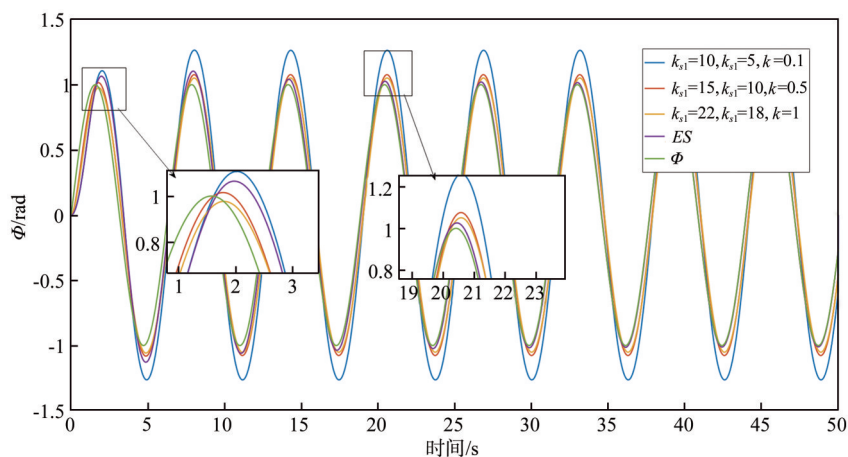


图2 滚转角跟踪曲线

参数的控制方法进行对比, 获得的滚转角跟踪情况如图2所示。取不同参数值对系统跟踪性能有较大影响, 由于ES控制方法整定的参数初始值仅满足系统控制稳定, 对跟踪性能并无较大要求, 因此前5 s内跟踪性能较差, 且跟踪误差较大, 随着学习迭代, 反馈增益参数值变化, 跟踪性能逐渐提高, 如图3所示, 至20 s时, 跟踪误差降低了0.3左右。相比于其他控制器参数不同取值的跟踪曲线有良好的改善。

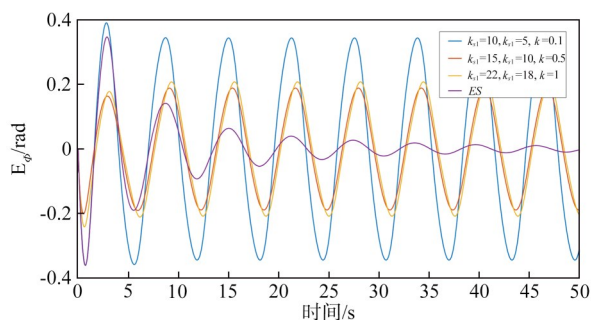


图3 滚转角跟踪误差曲线

成本函数曲线反映无人机滚转角的跟踪性能, 如图4所示, 函数曲线随着反馈增益参数的整定, 在迭代学习20次后, 函数值趋近于零点, 与图2、图3中滚转角跟踪情况一致, 前5 s跟踪情况较差, 在10 s处近似拟合期望轨迹; 并且由于反馈增益整定算法中的搜索幅值与成本函数的值成正比例关系, 随着成本函数的值变化, 搜索幅值动态变化, 相比于采用静态搜索幅值, 成本函数值收敛速度较快, 且避免了稳态波动。

鲁棒控制器中参数的在线整定是以成本函数为目标函数进行整定的, 如图5~7所示, 前5次迭代

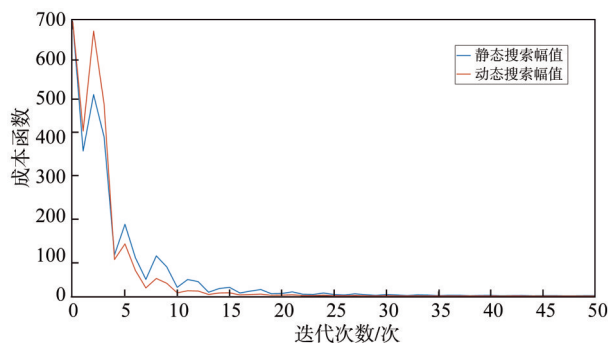
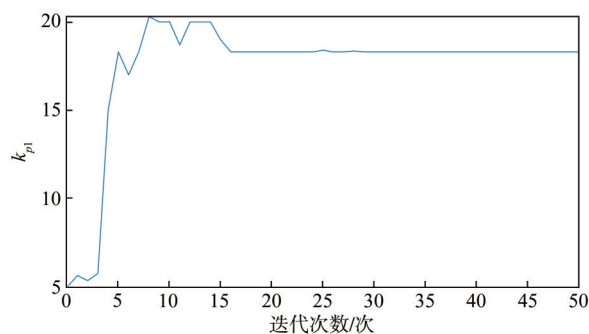


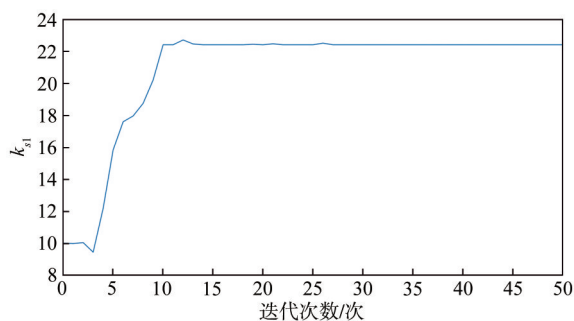
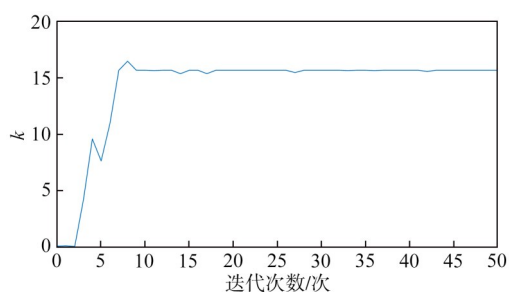
图4 成本函数与学习迭代

中, 参数改变的幅值较大, 随着成本函数的值降低, 跟踪性能的提高, 参数在第15次迭代后逐渐收敛至最优参数。

图5 k_{p1} 与学习迭代

4 结束语

本文针对四旋翼无人机姿态跟踪问题, 提出了一种基于极值搜索的鲁棒控制方法, 并考虑了四旋翼无人机模型中的不确定性以及外部扰动, 用李雅普诺夫方法重构鲁棒控制器, 保证了系统稳定性的同时在线整定鲁棒控制器参数, 有效地改善了无人

图6 k_{sl} 与学习迭代图7 k 与学习迭代

机姿态跟踪性能, 对扰动具有较好的自适应性。仿真结果验证了控制方法的有效性。在未来的研究中, 将尝试基于滑模控制的极值搜索算法解决四旋翼无人机的轨迹跟踪问题。

参考文献:

- [1] 王成, 杨杰, 姚辉, 等. 四旋翼无人机飞行控制算法综述[J]. 电光与控制, 2018, 25(12): 53-58.
WANG C, YANG J, YAO H, et al. An overview of flight control algorithms for quadrotors[J]. Electronics Optics and Control, 2018, 25(12): 53-58.
- [2] 张智轩, 李涛, 伍鹏飞, 等. 改进混沌粒子群算法的四旋翼PID姿态控制[J]. 电光与控制, 2022, 29(3): 16-20.
ZHANG Z X, LI T, WU P F, et al. Quad-rotor PID parameter tuning based on improved chaotic particle swarm optimization[J]. Electronics Optics and Control, 2022, 29(3): 16-20.
- [3] 郭妍, 吴美平, 唐康华, 等. 基于积分反步法的四旋翼飞行器控制设计[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(2): 133-139.
GUO Y, WU M P, TANG K H, et al. Integral back-stepping algorithm for designing the quadrotor aircraft controller[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(2): 133-139.
- [4] 孔凡国, 李肇星, 张健存, 等. 四轴飞行器——倒立摆系统的控制算法研究[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(2): 140-144.
KONG F G, LI Z X, ZHANG J C, et al. Research on control algorithm of a four axis air vehicle-inverted pendulum system[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(2): 140-144.
- [5] 修杨, 邓宏彬, 危怡然, 等. 基于参数估计的四旋翼无人机自适应鲁棒路径跟踪控制器[J]. 兵工学报, 2022, 43(8): 1926-1938.
XIU Y, DENG H B, WEI Y R, et al. Adaptive robust path following controller for quadrotor UAVs based on parameter estimation[J]. Acta Armamentarii, 2022, 43(8): 1926-1938.
- [6] BENOSMAN M. Learning-based adaptive control: an extremum seeking approach-theory and applications[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2016.
- [7] PREMKUMAR M, KUMAR C, SOWMYA R, et al. A novel salp swarm assisted hybrid maximum power point tracking algorithm for the solar photovoltaic power generation systems[J]. Automatika, 2021, 62(1): 1-20.
- [8] CHAUDHARI S D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Dynamic nonlinear gradient observer based extremum seeking control for optimum braking[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(3): 2833-2842.
- [9] BURNS D J, LAUGHMAN C R, GUAY M. Proportional - integral extremum seeking for vapor compression systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 28(2): 403-412.
- [10] 陈万考, 郭玉英. 基于极值搜索的四旋翼无人机自抗扰控制[J]. 飞行力学, 2021, 39(1): 54-59, 65.
CHEN W K, GUO Y Y. Extremum seeking based active disturbance rejection control for quadrotor UAV[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(1): 54-59, 65.
- [11] 许海洋, 郭玉英. 基于极值搜索算法的四旋翼姿态PID控制[J]. 传感器与微系统, 2022, 41(4): 100-103.
XU H Y, GUO Y Y. PID control of quadrotor attitude based on extreme seeking algorithm[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2022, 41(4): 100-103.
- [12] BENOSMAN M, KRSTIĆ M, GUAY M, et al. Editorial for the special issue on extremum seeking control: theory and applications[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2021, 35(7): 1140-1142.
- [13] BENOSMAN M, ATINÇ G M. Nonlinear learning-based adaptive control for electromagnetic actuators[C]//Proceedings of 2013 European Control Conference (ECC). Piscataway: IEEE Press, 2013: 2904-2909.
- [14] 孙妙平, 刘静静, 年晓红, 等. 基于区间矩阵的四旋翼无人机鲁棒跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 168-178.
SUN M P, LIU J J, NIAN X H, et al. Robust tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle via interval matrix[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(2): 168-178.
- [15] BENOSMAN M, LUM K Y. Passive actuators' fault-tolerant control for affine nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 18(1): 152-163.
- [16] KOGA S, BENOSMAN M, BORGGAARD J. Extremum seeking - based observer design for reduced order models of coupled thermal and fluid systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2021, 35(7): 1316-1335.
- [17] ROTE A M. Analysis of multivariable extremum seeking algorithms [C]//Proceedings of the 2000 American Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2000: 433-437.

[作者简介]



郭大力 (1998-), 男, 南京信息工程大学自动化学院硕士生, 主要研究方向为四旋翼无人机控制、极值搜索算法。



赵中原（1987- ），男，博士，南京信息工程大学自动化学院讲师、硕士生导师，主要研究方向为多智能体协同控制理论、微电网优化、无人系统集群控制等。



罗子娟（1985- ），女，中国电子科技集团第二十八所信息系统工程重点实验室高级工程师，主要研究方向为智能图像处理。